
DEVOIR MAISON N°14
A RENDRE POUR LE MARDI 29 AVRIL 2025

Exercice 1 : Lieux communs

Soient les points suivants de l'espace $A(1, 2, -1)$ et $B(-2, 4, 0)$.

Pour tout $m \in \mathbb{R}$, soit $\mathcal{D}_m$ la droite de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2 - 2\lambda \\ z = m + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

- (a) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .
(b) Donner un système d'équations cartésiennes de la droite (AB) .
- Pour tout $m \in \mathbb{R}$, déterminer l'intersection des droites (AB) et $\mathcal{D}_m$.
- Pour tout $m \in \mathbb{R}$ tel que les droites (AB) et $\mathcal{D}_m$ s'intersectent, on considère le plan $\mathcal{P}_m$ contenant les deux droites (AB) et $\mathcal{D}_m$.
Pour chacun de ces réels $m \in \mathbb{R}$, donner une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}_m$.

Exercice 2 : Famille de plans

On se place dans l'espace $\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$ muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où O est le point de l'espace de coordonnées $(0, 0, 0)$ et $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ désigne la base canonique de $\mathbb{R}^3$.
Considérons la droite $\mathcal{D}$ d'équations cartésiennes

$$\begin{cases} y = z \\ x = 1 \end{cases}$$

Pour tout $m \in \mathbb{R}$, on considère le plan $\mathcal{P}_m$ d'équation cartésienne

$$x + my - mz = 1.$$

- Pour tout $m \in \mathbb{R}$, donner un vecteur $\vec{n}_m$ normal au plan $\mathcal{P}_m$.
- Donner une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$.
- Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}$, le plan $\mathcal{P}_m$ contient la droite $\mathcal{D}$.
- Montrer que $\bigcup_{m \in \mathbb{R}} \mathcal{P}_m = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = 1 \text{ ou } y \neq z\}$.
- (a) Pour tout $m \in \mathbb{R}$, déterminer le projeté orthogonal H_m du point O sur le plan $\mathcal{P}_m$.
(b) Pour tout $m \in \mathbb{R}$, en déduire la distance du point O au plan $\mathcal{P}_m$.